

Travail à faire pendant les vacances estivales pour bien démarrer son année de classe préparatoire BL au lycée de Saint-Just.

Dans un premier temps, je vous demande de vous rendre à l'adresse ci-dessous :

<http://maths-en-prepas.bginette.com/Exercices/TS-05-Calcul.php>

Veuillez lire les différentes méthodes exposées dans les paragraphes 1 (Introduction), 2 (Minimum vital en début de terminale) et 3 (les sous paragraphes 1, 4 et 5). Prendre le temps de vraiment comprendre et bien lire tous les exemples corrigés.

Dans un second temps, je vous demande de rédiger sur feuille les solutions des exercices ci-dessous.

Venez avec votre travail fait le jour de la rentrée.

I. Calculs

1. Simplifier au maximum en détaillant les calculs, sans utiliser la calculatrice :

a) $A = 2 \frac{\frac{1}{5} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}.$

b) $B = 3\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{27}.$

c) $C = \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2 + (2 - \sqrt{2})^2}.$

d) $D = \ln(2) + \ln(\sqrt{2}) + \ln(2^{-3}).$

e) $E = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-9}{2}\right)^{-3}.$

f) $F = e^{-\ln(5)}.$

g) $G = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1}.$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\frac{e^{2x}}{e^{x-1}} = 4.$

b) $3 \frac{x+2}{2} - 2 \frac{x+3}{5} + x - 1 = \frac{13x}{10} + 1.$

c) $\sqrt{x+1} = x - 2.$

d) $\ln(x^2) = \ln(x^2 + x + 1).$

3. Simplifier les expressions suivantes :

a) $X = \frac{a^{-4} b^3 a^3}{(a b^2)^{-2}}$ où a et b sont des réels non nuls.

b) $Y = \frac{1}{1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{x-1}}}$ (On précisera les valeurs de x pour lesquelles Y existe).

II. Suites

1. Soit n un entier naturel non nul.

On note S_n la somme des n premiers entiers strictement positifs :

$$S_n = 1 + 2 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k.$$

- a) Calculer S_1 et S_2 .
 - b) Exprimer S_n en fonction de n .
 - c) Démontrer le résultat précédent par récurrence (uniquement pour les élèves provenant de spécialité mathématiques).
2. Soit la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $v_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n + 2$.
- a) Soit ℓ la solution de l'équation $\ell = \frac{1}{3}\ell + 2$. Calculer ℓ .
Pour tout entier naturel n , on pose $w_n = v_n - \ell$
 - b) Montrer que la suite (w_n) est géométrique et préciser sa raison et son premier terme.
 - c) Exprimer w_n puis v_n en fonction de n .
 - d) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} (w_n)$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n)$.
 - e) Pour tout n de $\mathbb{N}$, on pose $S'_n = v_0 + \dots + v_n = \sum_{k=0}^n v_k$.
Exprimer S'_n en fonction de n puis déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} (S'_n)$.

III. Fonctions

1. Soit P la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = 2x^2 - 7x + 3$.
- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ puis l'inéquation $P(x) > 0$.
Interpréter graphiquement ces résultats.
 - b) Donner une équation de la tangente t à la courbe représentative de P au point d'abscisse $x = 1$.
 - c) La courbe représentative de P est une parabole. Donner les coordonnées du sommet de cette parabole.
 - d) Factoriser le polynôme P .
2. Tracé des courbes des fonctions de référence.
- a) Vérifier que vous savez tracer la courbe représentative d'une fonction affine (par exemple $x \mapsto -\frac{4}{3}x + 1$), et que vous avez en tête celle des fonctions suivantes :
 $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto x^3$ sur $\mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$, $x \mapsto \ln(x)$ sur $]0; +\infty[$, $x \mapsto \exp(x)$ sur $\mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
Tracer l'allure de ces courbes.
 - b) Vérifier que vous savez en déduire par translation l'allure des courbes représentatives (par exemple) des fonctions suivantes $x \mapsto \sqrt{x} + 1$, $x \mapsto \ln(x) + 1$, $x \mapsto \sqrt{x-1}$, $x \mapsto e^{x-1}$, $x \mapsto \ln(x+1)$, sur les intervalles sur lesquels elles sont définies.
Tracer l'allure de ces courbes.